

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathematik: Analyse und Ansätze

Grundstufe

1. Klausur

Montag, 1. November 2021 (Nachmittag)

Prüfungsnummer des Kandidaten

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 Stunde 30 Minuten

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur dürfen Sie keinen Taschenrechner nutzen.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Answerheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Answerhefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[80 Punkte]**.



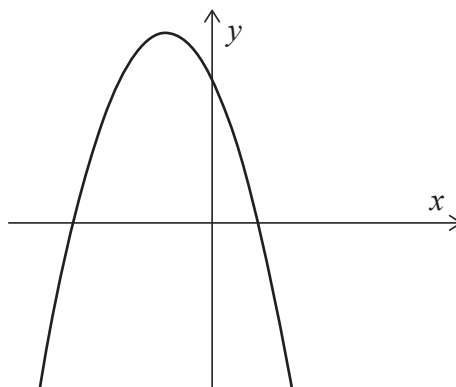
Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 7]

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = -2(x - 1)(x + 3)$ für $x \in \mathbb{R}$. Das folgende Diagramm zeigt einen Teil des Graphen von f .



- (a) Finden Sie zum Graphen von f :
 - (i) Die x -Werte der Schnittpunkte mit der x -Achse;
 - (ii) Die Koordinaten des Scheitelpunkts. [5]

Die Funktion f kann in der Form $f(x) = -2(x - h)^2 + k$ geschrieben werden.

- (b) Notieren Sie die Werte von h und k . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Maximale Punktzahl: 4]

Es gelte $\frac{dy}{dx} = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ und $y = 2$ für $x = \frac{3\pi}{4}$. Finden Sie y in Abhängigkeit von x .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP03

Bitte umblättern

3. [Maximale Punktzahl: 5]

Die Funktion f ist definiert durch $f(x) = \frac{2x+4}{3-x}$ für $x \in \mathbb{R}, x \neq 3$.

- (a) Notieren Sie die Gleichung
 - (i) der vertikalen Asymptote an den Graphen von f .
 - (ii) der horizontalen Asymptote an den Graphen von f . [2]

- (b) Finden Sie die Koordinaten des Punktes/der Punkte, in denen der Graph von f
 - (i) die x -Achse schneidet.
 - (ii) die y -Achse schneidet. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

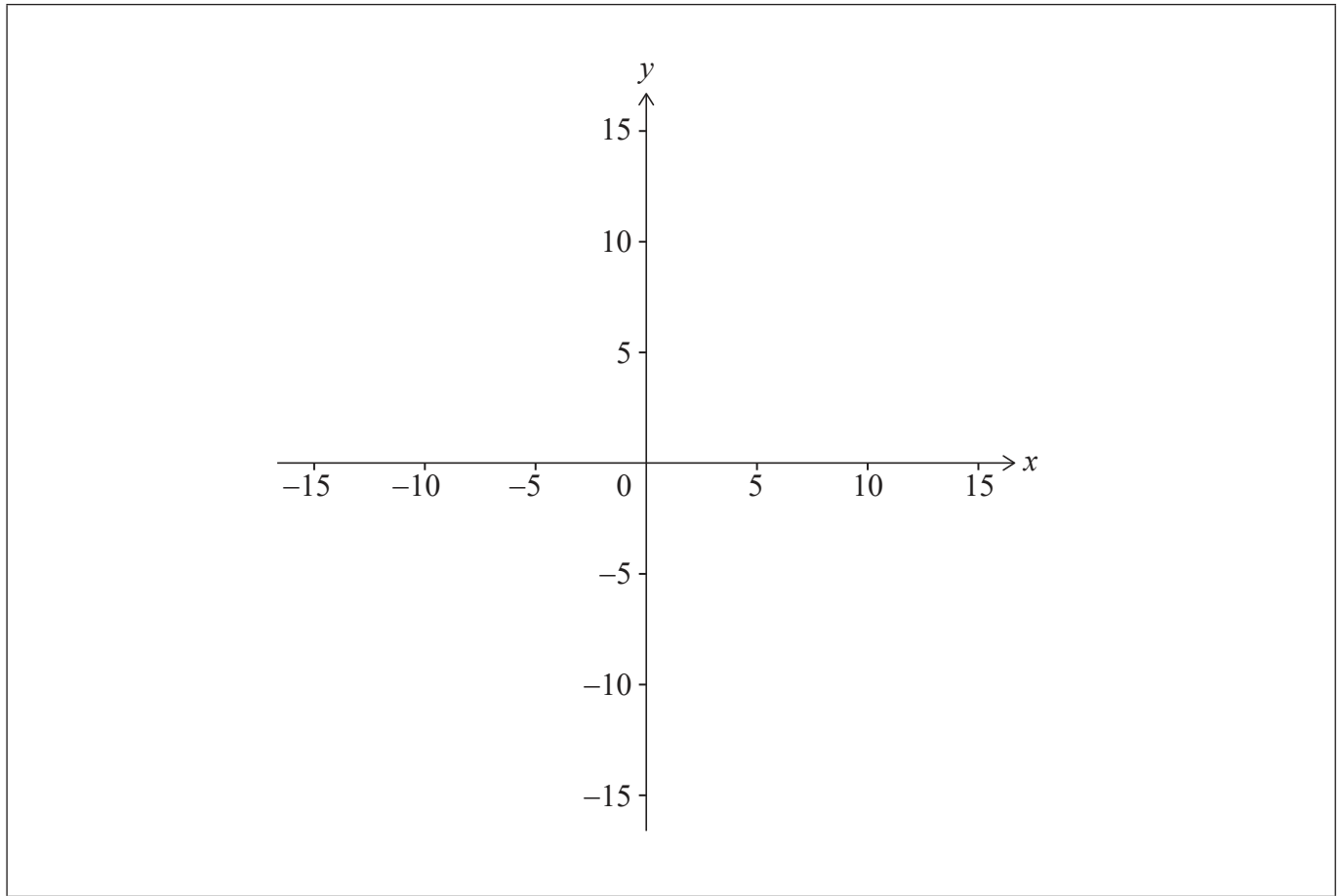
(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



(Fortsetzung Frage 3)

(c) Skizzieren Sie den Graphen von f im nachstehenden Koordinatensystem.

[1]



12EP05

Bitte umblättern

4. [Maximale Punktzahl: 5]

Urne 1 enthält 5 rote Kugeln und 2 weiße Kugeln.
Urne 2 enthält 4 rote Kugeln und 3 weiße Kugeln.

- (a) Aus einer zufällig ausgewählten Urne wird eine Kugel gezogen. Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel rot ist. [3]

Sei A das Ereignis „Urne 1 wird gewählt“ und sei R das Ereignis „eine rote Kugel wird gezogen“.

- (b) Bestimmen Sie, ob die Ereignisse A und R unabhängig sind. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Maximale Punktzahl: 7]

Die Funktion f ist definiert für alle $x \in \mathbb{R}$. Die Gerade mit der Gleichung $y = 6x - 1$ ist die Tangente an den Graphen von f bei $x = 4$.

(a) Notieren Sie den Wert von $f'(4)$. [1]

(b) Finden Sie $f(4)$. [1]

Die Funktion g ist definiert für alle $x \in \mathbb{R}$. Es gilt $g(x) = x^2 - 3x$ und $h(x) = f(g(x))$.

(c) Finden Sie $h(4)$. [2]

(d) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit die Gleichung der Tangenten an den Graphen von h bei $x = 4$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP07

Bitte umblättern

6. [Maximale Punktzahl: 7]

(a) Zeigen Sie, dass $2x - 3 - \frac{6}{x-1} = \frac{2x^2 - 5x - 3}{x-1}$ für $x \in \mathbb{R}$ und $x \neq 1$. [2]

(b) Lösen Sie unter Nutzung der Vorarbeit oder mittels einer anderen Methode die Gleichung $2 \sin 2\theta - 3 - \frac{6}{\sin 2\theta - 1} = 0$ für $0 \leq \theta \leq \pi$, $\theta \neq \frac{\pi}{4}$. [5]

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

7. [Maximale Punktzahl: 16]

Ein Teilchen P bewegt sich entlang der x -Achse. Die Geschwindigkeit von P ist v (in ms^{-1}) zum Zeitpunkt t (in Sekunden). Für v gilt: $v(t) = 4 + 4t - 3t^2$ für $0 \leq t \leq 3$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich P am Ursprung O .

- (a) (i) Finden Sie den Wert von t , wenn P seine maximale Geschwindigkeit erreicht hat.
- (ii) Zeigen Sie, dass der Abstand von P vom Ursprung O zu diesem Zeitpunkt $\frac{88}{27}$ Meter beträgt. [7]
- (b) Skizzieren Sie einen Graphen von v über t mit klarer Darstellung aller Schnittpunkte mit den Achsen. [4]
- (c) Finden Sie die gesamte zurückgelegte Strecke des Teilchens P . [5]

8. [Maximale Punktzahl: 15]

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = a^x$ mit $x, a \in \mathbb{R}$ und $x > 0, a > 1$.

Der Graph von f enthält den Punkt $\left(\frac{2}{3}, 4\right)$.

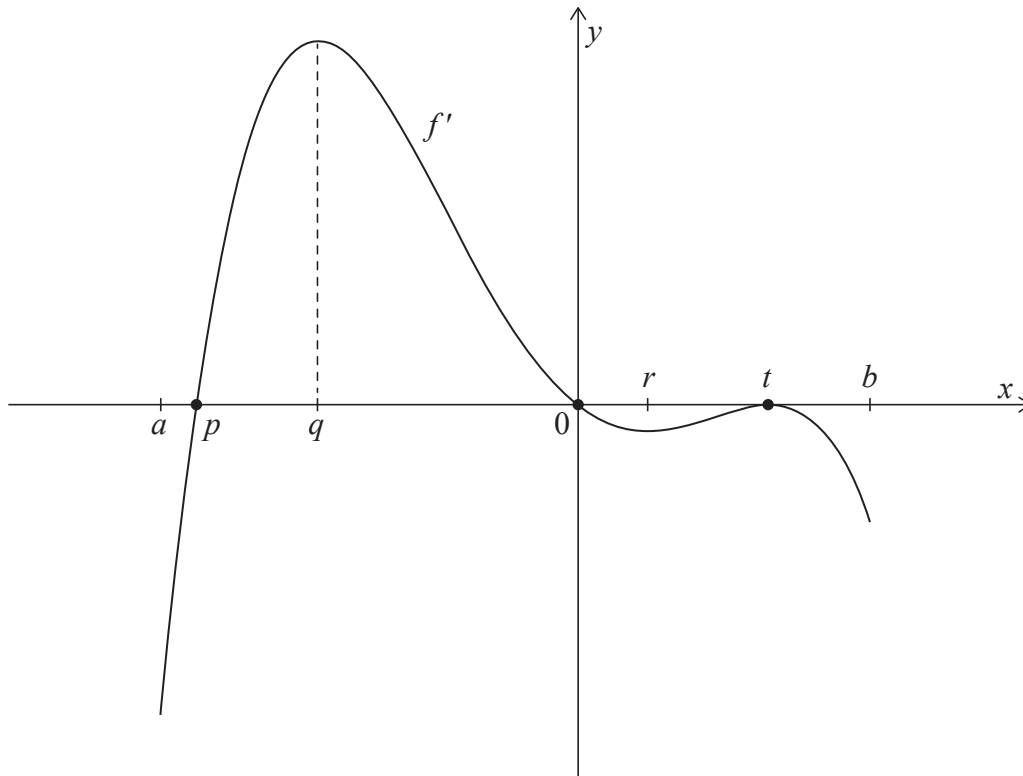
- (a) Zeigen Sie, dass $a = 8$. [2]
- (b) Notieren Sie einen Ausdruck für $f^{-1}(x)$. [1]
- (c) Finden Sie den Wert von $f^{-1}(\sqrt{32})$. [3]
- (d) Betrachten Sie die arithmetische Folge $\log_8 27, \log_8 p, \log_8 q, \log_8 125$, mit $p > 1$ und $q > 1$.
- (i) Zeigen Sie, dass $27, p, q$ und 125 vier aufeinanderfolgende Terme in einer geometrischen Folge sind.
- (ii) Finden Sie die Werte von p und q . [9]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

9. [Maximale Punktzahl: 14]

Betrachten Sie eine Funktion f mit der Definitionsmenge $a < x < b$. Das folgende Diagramm zeigt den Graphen von f' , der Ableitung von f .



Der Graph von f' , der Ableitung von f , hat die Schnittpunkte mit der x -Achse $x = p$, $x = 0$ und $x = t$. Der Graph von f hat Hochpunkte bei $x = q$ und $x = t$ sowie einen Tiefpunkt bei $x = r$.

- (a) Finden Sie alle Werte von x , an denen der Graph von f steigend ist. Begründen Sie Ihre Antwort. [2]
 - (b) Finden Sie den Wert von x , an dem der Graph von f einen Hochpunkt hat. [1]
 - (c) (i) Finden Sie den Wert von x , an dem der Graph von f einen Tiefpunkt hat. Begründen Sie Ihre Antwort.
 - (ii) Finden Sie die Werte von x , an denen der Graph von f Wendepunkte hat. Begründen Sie Ihre Antwort. [5]
 - (d) Der Inhalt der durch den Graphen von f' (der Ableitung von f) und der x -Achse eingeschlossenen Fläche beträgt 20. [6]
- Unter der Voraussetzung, dass $f(p) + f(t) = 4$ gilt, finden Sie den Wert von $f(0)$. [6]

Quellen:

© International Baccalaureate Organization 2021



12EP10

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



12EP11

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



12EP12